

La Storia:  
Finzione  
o Scienza?

---

C R O N O L O G I A

3

di Anatoly T. Fomenko

testo tradotto liberamente in italiano dallo CZAR Claudio dell'Orda

PARTE 1

# La datazione dell'Almagesto

di A. T. Fomenko, V. V. Kalashnikov,  
G. V. Nosovskij

# Le proprietà statistiche e di precisione del catalogo dell'*Almagesto*.

---

## 1. Note introduttive.

Nei capitoli precedenti abbiamo stimato che uno dei problemi principali per la datazione dell'*Almagesto* tramite i moti propri delle stelle è rappresentato dall'effettiva precisione delle latitudini stellari del catalogo dell'*Almagesto* per le diverse regioni celesti. Pertanto, è necessario condurre un'analisi meticolosa degli errori nelle coordinate stellari del catalogo in generale e nelle sue varie parti. E' già stata condotta un'analisi preliminare e piuttosto approssimativa (vedi Capitoli 2 e 4).

Lo strumento principale di questo capitolo include i metodi per il calcolo degli errori sistematici nelle coordinate stellari, come descritti nel Capitolo 5. Prima di tutto, dimostreremo che le sette regioni dell'atlante stellare dell'*Almagesto* descritte in precedenza differiscono effettivamente tra loro per il tasso degli errori sistematici, come anche per gli errori casuali di misurazione. Troveremo gli errori nella stima del polo dell'eclittica anche per ciascuna di queste aree, come pure i valori della media quadratica residuale relativi agli errori nelle coordinate stellari. Inoltre, creeremo gli intervalli di confidenza dei parametri degli errori sistematici  $\gamma_{stat}$  e  $\phi_{stat}$  per ciascuna delle aree.

Successivamente analizzeremo alcune aree celesti relativamente piccole: le costellazioni e i dintorni delle singole stelle. L'obiettivo di questa analisi è assicurarsi che i valori scoperti di  $\gamma_{stat}$  e  $\phi_{stat}$  possiedono di fatto la natura degli errori sistematici presenti nelle parti sostanziali del catalogo dell'*Almagesto* e non sono affatto il semplice risultato di numerosi errori di gruppo sovrapposti gli uni sugli altri e che differiscono da uno piccolo gruppo di stelle a un altro.

Di conseguenza, calcoleremo l'area della sfera celeste che è stata misurata abbastanza bene da Tolomeo. A dire il vero si è rivelata piuttosto significativa. La nostra datazione dell'*Almagesto* si baserà proprio sulle coordinate stellari di quest'area, quella in cui i calcoli di Tolomeo si dimostrarono i più precisi.

## 2. Le sette regioni della sfera celeste.

### 2.1. La caratteristica delle sette aree che abbiamo scoperto nell'atlante dell'*Almagesto*.

Nel Capitolo 2 abbiamo descritto le sette aree in cui può essere divisa la sfera celeste; si manifestano anche nel catalogo dell'*Almagesto*, vedere la **Figura 6.1**.

In questo capitolo analizziamo le coordinate di Tolomeo per un totale di 864 stelle. Queste 864 stelle erano quelle che poi, a seguito di una filtrazione, sono diventate le 100 stelle dell'*Almagesto*. In primo luogo, sono state rimosse le cosiddette stelle *informata* per i motivi considerati nel Capitolo 2, per cui non sono state incluse nelle costellazioni canoniche. In secondo luogo abbiamo filtrato anche i "refusi" e le stelle identificate in modo ambiguo. La TABELLA 6.1 contiene le indicazioni precise riguardanti le stelle dell'*Almagesto* incluse in una determinata regione e la

quantità residuale di stelle dopo la “filtrazione” di ogni area. In questa tabella abbiamo usato la numerazione di Bailey, ossia i numeri delle stelle presi dal catalogo dell'*Almagesto*.

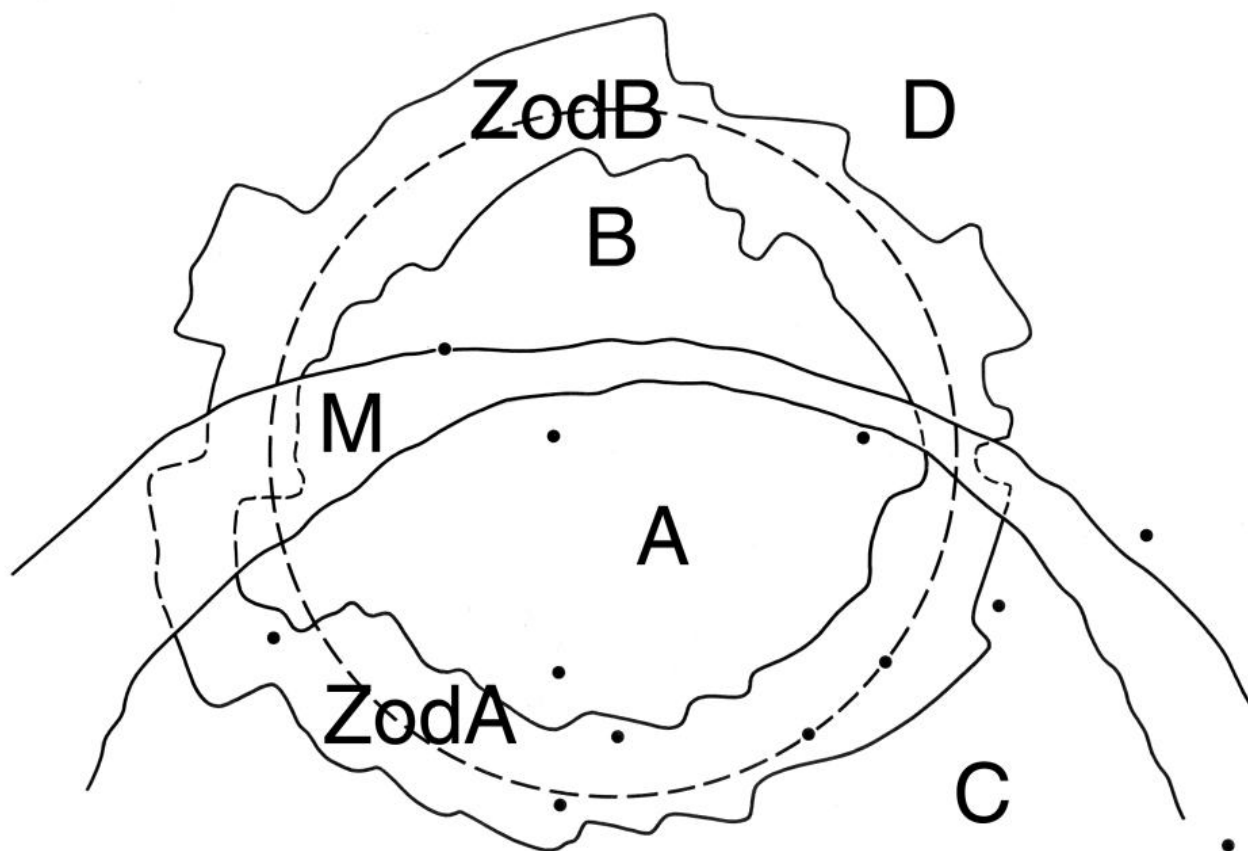


Figura 6.1. Le sette aree che abbiamo scoperto nella carta stellare dell'*Almagesto*. Le stelle con nome sono raffigurate dai puntini neri.

Prendiamo in considerazione la **Figura 6.1** che rappresenta la divisione della sfera celeste nelle regioni sopracitate. Tutte le 12 stelle con nome dell'*Almagesto* sono state contrassegnate con dei punti neri. È facile vedere che il contorno dell'area *A* è stato chiaramente definito dalle stelle con nome. Si ha l'impressione che Tolomeo attribui un significato speciale all'area celeste *A*. Anche questo è stato confermato dalla nostra analisi preliminare nel Capitolo 2. Come vedremo di seguito, l'area *A* risulta essere la più importante per il nostro studio sulla datazione. Occorre anche far notare che l'area in questione contiene il polo celeste (contrassegnato con *N*) e il polo dell'eclittica (contrassegnato con *P*).

Le stelle con nome che circondano l'area *A* devono essere servite a Tolomeo come una sorta di base mentre stava eseguendo le sue osservazioni. Si riferiva a loro quando si spostava ulteriormente verso il centro dell'area *A* per misurare le coordinate di tutte le altre stelle. Come si spostava da una stella a un'altra, gli errori di misurazione si accumulavano. Ci si dovrebbe quindi aspettare che le stelle della regione *A* che si trovano fuori dallo Zodiaco siano state in linea generale misurate peggio delle stelle zodiacali. La metà delle stelle con nome dell'*Almagesto* (6 su 12) o fanno parte dello Zodiaco, o sono situate nelle sue immediate vicinanze. Lo Zodiaco include Regolo, Spiga, Antares, Previendematrix e Aselli. Procione è proprio accanto allo Zodiaco.

TABELLA 6.1. La distribuzione delle stelle dell'Almagesto attraverso le aree celesti, specificando quante stelle sono rimaste in ciascuna delle aree dopo la filtrazione del catalogo. Abbiamo usato la numerazione di Bailey, ossia i numeri delle stelle come specificati nel catalogo dell'Almagesto		
Le regioni della sfera celeste nell'Almagesto	La numerazione di Bailey della regione prima e dopo la filtrazione del catalogo	
	prima	dopo
A	1-158 e 424-569	249
B	286-423 e 570-711	262
C	847-977	116
D	712-846 e 998-1028	143
M	159-285	94
Zod A	424-569	124
Zod B	362-423 e 570-711	168

## 2.2. La disposizione dei poli dell'eclittica per ciascuna delle sette regioni dell'atlante stellare dell'Almagesto.

Individuiamo innanzitutto la disposizione dei poli dell'eclittica per ciascuna delle sette regioni celesti dell'Almagesto. Nel Capitolo 5 abbiamo dimostrato che la posizione dei poli dell'eclittica rispetto al catalogo stellare sono definite dai parametri  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$ . Questi parametri sono stati stimati dal catalogo attraverso l'applicazione del metodo dei minimi quadrati in conformità con le formule (5.3.6 e 5.3.7).

Calcoliamo separatamente i valori dei parametri  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$  per ciascuna delle sette regioni celesti. Successivamente contrassegneremo ciascuna posizione corrispondente al polo dell'eclittica, vedere la **Figura 6.2**. Nella stessa illustrazione abbiamo anche definito il moto del polo dell'eclittica effettiva  $P(t)$ , che corrisponde alle variazioni della presunta datazione.

Nella **Figura 6.2** abbiamo usato come esempio il seguente segmento: collega il polo dell'eclittica per l'area celeste  $B$  con il polo dell'eclittica effettiva per l'epoca  $t = 10$  contrassegnato con  $P(10)$ . La lunghezza di questo segmento è uguale a  $\gamma_{stat}^B(10)$ . L'angolo tra questo segmento e la retta che sta per l'arco  $D(10) D'(10)$ , la cui definizione è stata riportata nelle **Figure 5.4** e **5.5**, ha un valore pari a  $\varphi_{stat}^B(10)$ . Ovviamente, per  $t$  può essere presa qualsiasi altra epoca, idem per l'area  $B$ , mentre i rispettivi valori di  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$  possono essere dedotti con l'aiuto della **Figura 6.2**.

La TABELLA 6.2 contiene i valori di  $\gamma_{stat}(18)$  e  $\varphi_{stat}(18)$  che abbiamo calcolato per ciascuna delle sette regioni celesti. Queste posizioni forniscono una chiara definizione del "polo dell'eclittica dell'osservatore" per ciascuna delle aree. Tuttavia, potremmo altrettanto facilmente prendere qualsiasi altra coppia di valori  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$  per il valore casuale di  $t$ . Vi rimandiamo ancora al paragrafo 5.4. A parte ciò, la TABELLA 6.2 contiene i valori di  $\sigma_{init}(18)$  e la media quadratica residuale di  $\sigma_{min}$  delle discrepanze latitudinali risultanti dalla compensazione dell'errore sistematico (vedere le formule 5.3.2 e 5.3.3). Nel paragrafo 5.4 dimostriamo che qualora ignorassimo l'influenza inconsistente del moto proprio della stella,  $\sigma_{min}$  non dipenderebbe dal momento temporale  $t$  preso in considerazione. Pertanto,  $\sigma_{min}$  viene definito esclusivamente dal polo dell'eclittica, che per questo gruppo di stelle dell'Almagesto può essere stimato statisticamente.

Per quanto riguarda il moto proprio delle stelle, va fatto notare che influenza difficilmente sia l'errore sistematico stimato  $\gamma_{stat}(t)$ ,  $\varphi_{stat}(t)$ , che la discrepanza residuale media quadratica delle coordinate stellari del catalogo dell'Almagesto. Pertanto possiamo omettere tutti i riferimenti relativi all'effetto del moto proprio, anche se nei nostri calcoli sarà ovviamente sempre preso in considerazione.

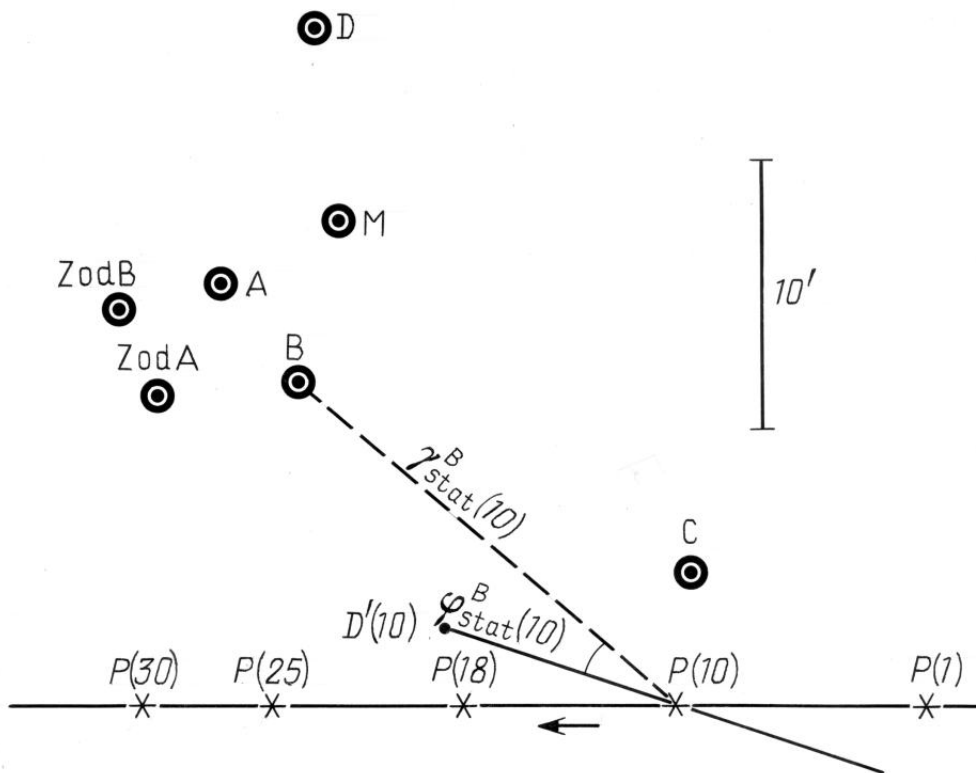


Figura 6.2. La rispettiva disposizione del polo dell'eclittica mobile  $P(t)$  e i poli dell'eclittica stimati per ciascuna delle sette parti comprese nel catalogo dell'*Almagesto*.

Per la TABELLA 6.2 abbiamo scelto il valore di  $t = 18$ , solo perché questo momento corrisponde alla datazione di Scaligero dell'*Almagesto*.

*TABELLA 6.2. I valori calcolati dei parametri di errore  $\gamma_{stat}(18)$  e  $\varphi_{stat}(18)$  specificati nell'*Almagesto* per le diverse regioni celesti.*

Caratteristiche	Le aree della sfera celeste dell' <i>Almagesto</i>						
	A	B	C	D	M	Zod A	Zod B
$\gamma_{stat}(18)$	18.5	13.6	9.7	26.6	19.4	16.4	20.0
$\varphi_{stat}(18)$	34.0	-34.5	-122.5	-52.7	-50.5	-21.7	-23.5
$\sigma_{init}(18)$	20.5	21.8	23.4	27.3	23.0	17.7	24.0
$\sigma_{min}$	16.5	19.2	22.5	24.4	20.5	12.8	19.3
$P_{init}(18)$ , in %	36.5	35.5	33.6	28.7	37.2	30.6	30.9
$P_{min}$ , in %	50.6	43.5	43.1	35.7	45.7	63.7	44.0

Inoltre, la TABELLA 6.2 contiene la caratteristica statistica della precisione stellare delle coordinate dell'*Almagesto*. Il valore di  $P_{init}(18)$  corrisponde alla percentuale delle stelle la cui discrepanza latitudinale non supera i 10' per la datazione del 100 d.C. ( $t = 18$ ), dove 10' è la misura della scala minima del catalogo dell'*Almagesto*. Il valore di  $P_{min}$  corrisponde alla quota delle stelle la cui discrepanza latitudinale non supera i 10' dopo la compensazione dell'errore sistematico. Questo valore viene difficilmente influenzato dalla datazione delle osservazioni per le grandi quantità di stelle prese ora in considerazione.

La disposizione dei poli dell'*Almagesto* definibili statisticamente, mostrati nella **Figura 6.2** in relazione alla traiettoria del moto del polo effettivo, ci dice che in ogni area celeste eccetto la *C*, l'errore sistematico del catalogo dell'*Almagesto* lo rende “più antico” persino rispetto all'epoca di Ipparco.

Ricordiamo ai lettori che l'errore sistematico minimo nella regione celeste *C* cade in  $t \sim 10$ , ovvero nell'anno  $\sim 900$  (900 d.C.). Tuttavia, come abbiamo menzionato sopra la disposizione del polo della “Eclittica di Tolomeo” non è in nessun modo correlato alla data di compilazione del catalogo. Questa disposizione ci dice semplicemente il carattere e il valore dell'errore sistematico commesso da Tolomeo nelle misurazioni delle coordinate stellari condotte per le varie regioni celesti.

Un'altra implicazione fatta per mezzo della **Figura 6.2** è che le posizioni del polo stimate statisticamente per le regioni *A*, *ZodA* e *ZodB*, sono piuttosto vicini tra loro. In altre parole, pare che Tolomeo abbia commesso lo stesso errore sistematico per ciascuna di queste regioni celesti. Torneremo su questo fatto più avanti, durante la nostra analisi delle singole costellazioni dell'*Almagesto*. Inoltre, come si può vedere dalla **Figura 6.2**, il polo dell'eclittica definito dalla regione *B* del catalogo dell'*Almagesto* si trova anche accanto al polo dei gruppi *A*, *ZodA* e *ZodB*. Il polo dell'area *M* si trova più lontano e quello dell'area *D* ancora di più. A quanto pare, l'errore sistematico delle aree di *M* e *D* dell'*Almagesto* ha un valore diverso da quello dell'area *ZodA*. Nella **Figura 6.2**, l'area *C* sembra proprio essere un “refuso”.

### 2.3. Il calcolo degli intervalli di confidenza.

Nella paragrafo precedente abbiamo calcolato discrete stime statistiche di  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$  per i parametri sconosciuti ( $\gamma$  e  $\varphi$ ) dell'errore sistematico nel catalogo dell'*Almagesto*. Nel paragrafo 5.5 abbiamo già ricordato ai lettori la definizione di intervallo di confidenza. Di seguito riportiamo la risultante rappresentazione visiva. Innanzitutto costruiremo dei grafici di dipendenza per  $t$  e le stime di  $\gamma_{stat}(t)$  e  $\varphi_{stat}(t)$ , dove  $1 \leq t \leq 25$ . Quindi disegneremo delle strisce sui grafici risultanti, le cui sezioni verticali saranno gli intervalli di confidenza  $I_\gamma(\varepsilon)$  e  $I_\varphi(\varepsilon)$  con il livello di confidenza  $\varepsilon = 0.1$ . Gli intervalli di confidenza saranno calcolati in conformità con le formule 5.5.10 e 5.5.11.

Il risultato di questi calcoli può essere visto nelle **Figure** dalla **6.3** alla **6.9**. Nella TABELLA 6.3 potete trovare i molti dati sui confini dei diversi livelli  $\varepsilon$  di confidenza e i due valori della presunta datazione de catalogo dell'*Almagesto* ( $t = 7$ , ossia 1200 d.C.;  $t = 18$ , ossia 100 d.C.). Questa tabella contiene i valori della metà degli intervalli di confidenza  $I_\gamma(\varepsilon)$ . Ricordiamo ai lettori che il centro dell'intervallo di confidenza per  $\gamma$  e ogni valore fisso di  $t$  sono la stima di  $\gamma_{stat}(t)$  senza alcun spostamento, vedi il paragrafo 5.5.

In linea di massima, l'intervallo di confidenza  $I_\varphi(\varepsilon)$  per  $\varphi$  è asimmetrico rispetto a  $\varphi_{stat}(t)$ , dal momento che questa stima potrebbe spostarsi. Tuttavia, la sopracitata asimmetria è abbastanza insignificante e quindi si può considerare che  $\varphi_{stat}(t)$  è il centro approssimativo dell'intervallo di confidenza.  $x_\varepsilon^\gamma$  indica la semi-larghezza dell'intervallo  $I_\gamma(\varepsilon)$ , mentre  $x_\varepsilon^\varphi$  la semi-larghezza dell'intervallo  $I_\varphi(\varepsilon)$ .

Le cifre che si trovano nelle TABELLE 6.2 e 6.3 implicano ciò che segue. La zona *ZodA* dell'*Almagesto* è la regione celeste misurata più accuratamente. Questo è ovvio dal fatto che la compensazione dell'errore sistematico scoperto per questo gruppo di stelle consente di ridurre l'errore medio quadratico a 12,8'. Inoltre, si è scoperto che il 64% delle stelle è finito con una discrepanza latitudinale inferiore a 10'.

Il secondo gruppo di stelle più preciso appartiene alla zona *A* dell'*Almagesto*, dove la discrepanza latitudinale media quadratica è stata ridotta a 16,5' dopo la compensazione dell'errore sistematico. In questa regione la quota delle stelle la cui discrepanza latitudinale è inferiore a 10' è cresciuta di oltre il 50%.

TABELLA 6.3. I valori della semi-larghezza  $x_{\varepsilon}^{\gamma}$  dell'intervallo di confidenza  $I_{\gamma}(\varepsilon)$  e della semi-larghezza  $x_{\varepsilon}^{\varphi}$  dell'intervallo di confidenza  $I_{\varphi}(\varepsilon)$  per i diversi livelli di confidenza di  $\varepsilon$  e le due datazioni presunte del catalogo dell'Almagesto: il 1200 d.C. ( $t = 7$ ) e il 100 d.C. ( $t = 18$ ).

		1200 d.C.				100 d.C.			
Area ↓	$\varepsilon \rightarrow$	0.1	0.05	0.01	0.005	0.1	0.05	0.01	0.005
A	$x_{\varepsilon}^{\gamma}$	2.6	3.1	4.1	4.5	2.7	3.2	4.2	4.6
	$x_{\varepsilon}^{\varphi}$	11.7	14.0	18.3	20.0	16.6	19.8	25.9	28.4
B	$x_{\varepsilon}^{\gamma}$	2.7	3.2	4.2	4.6	2.6	3.4	4.0	4.4
	$x_{\varepsilon}^{\varphi}$	14.7	17.4	22.8	25.0	22.1	26.2	34.4	37.6
C	$x_{\varepsilon}^{\gamma}$	4.6	5.5	7.2	7.9	5.1	6.0	7.9	8.7
	$x_{\varepsilon}^{\varphi}$	91.1	108.2	141.9	155.2	60.7	72.2	94.7	103.5
D	$x_{\varepsilon}^{\gamma}$	6.3	7.4	9.8	10.7	7.2	8.6	11.3	12.3
	$x_{\varepsilon}^{\varphi}$	28.3	33.6	44.1	48.2	37.8	44.9	58.9	64.4
M	$x_{\varepsilon}^{\gamma}$	5.4	6.4	8.5	9.2	6.5	7.7	10.1	11.0
	$x_{\varepsilon}^{\varphi}$	28.2	33.5	43.9	48.0	42.4	50.3	66.0	72.2
Zod A	$x_{\varepsilon}^{\gamma}$	2.5	2.9	3.9	4.2	2.5	3.0	4.0	4.3
	$x_{\varepsilon}^{\varphi}$	11.4	13.6	17.8	19.5	18.1	21.5	28.2	30.8
Zod B	$x_{\varepsilon}^{\gamma}$	3.5	4.2	5.5	6.0	3.4	4.1	5.4	5.9
	$x_{\varepsilon}^{\varphi}$	14.3	17.0	22.3	24.4	19.8	23.5	30.8	33.7

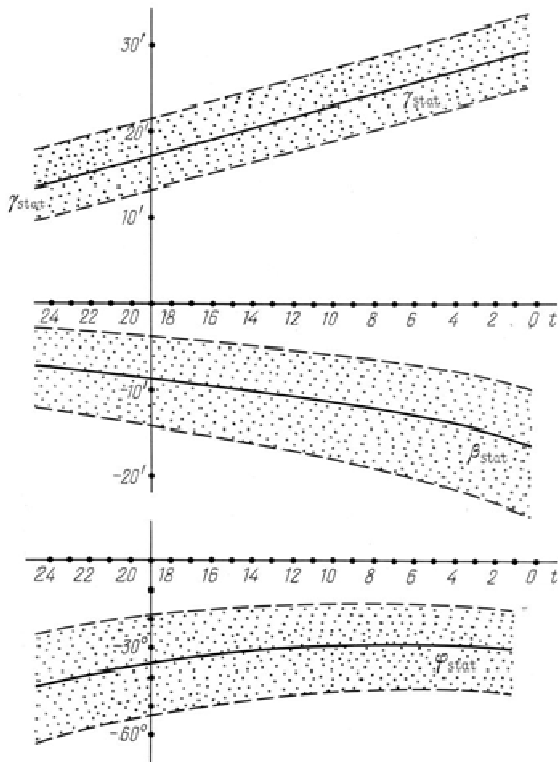


Figura 6.3. Il comportamento degli errori sistematici  $\gamma_{stat}(t)$ ,  $\varphi_{stat}(t)$  e  $\beta_{stat}(t)$  per la regione celeste A dell'Almagesto.

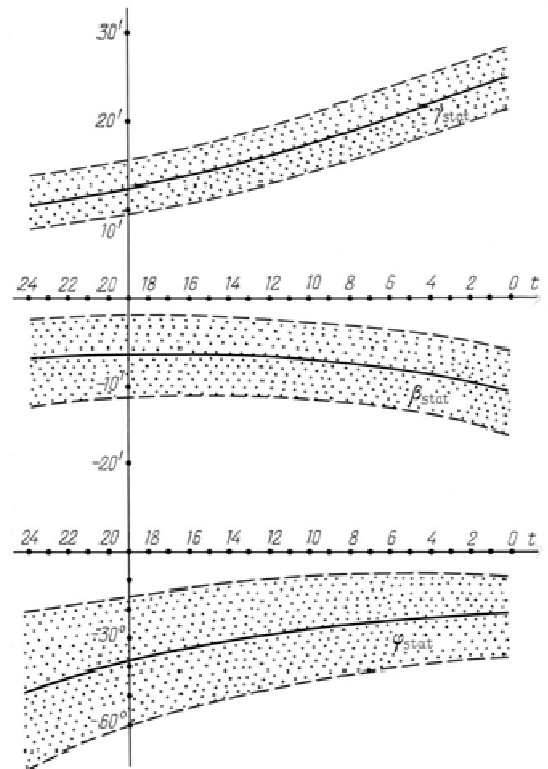


Figura 6.4. Il comportamento degli errori sistematici  $\gamma_{stat}(t)$ ,  $\varphi_{stat}(t)$  e  $\beta_{stat}(t)$  per la regione celeste B dell'Almagesto.



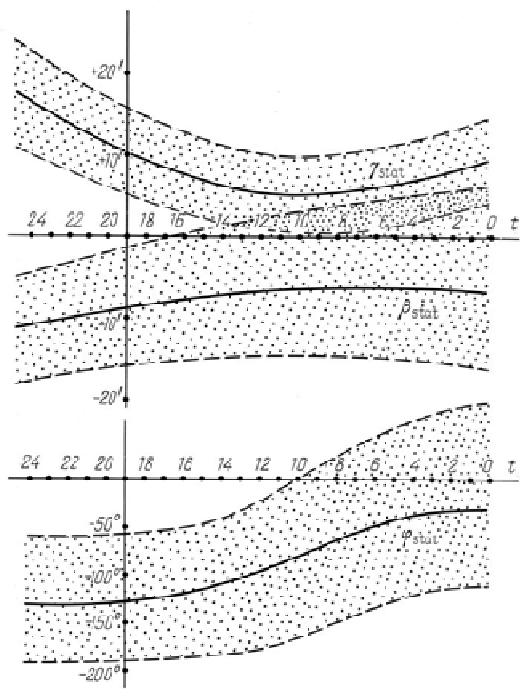


Figura 6.5. Il comportamento degli errori sistematici  $\gamma_{stat}(t)$ ,  $\varphi_{stat}(t)$  e  $\beta_{stat}(t)$  per la regione celeste C dell'Almagesto.

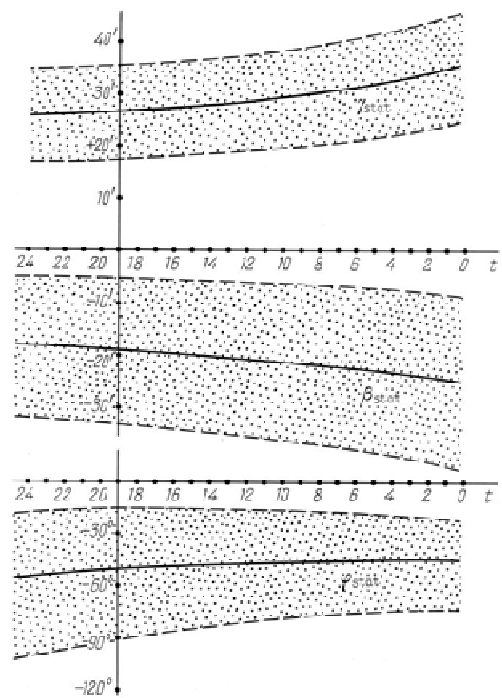


Figura 6.6. Il comportamento degli errori sistematici  $\gamma_{stat}(t)$ ,  $\varphi_{stat}(t)$  e  $\beta_{stat}(t)$  per la regione celeste D dell'Almagesto.

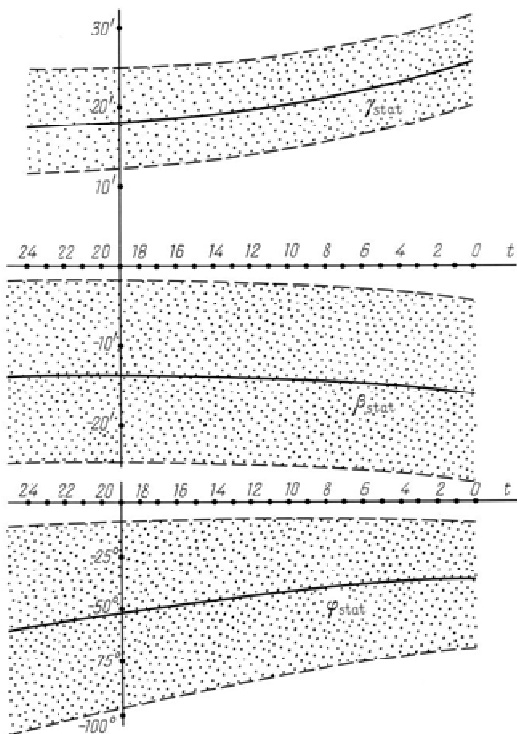


Figura 6.7. Il comportamento degli errori sistematici  $\gamma_{stat}(t)$ ,  $\varphi_{stat}(t)$  e  $\beta_{stat}(t)$  per la regione celeste M dell'Almagesto.

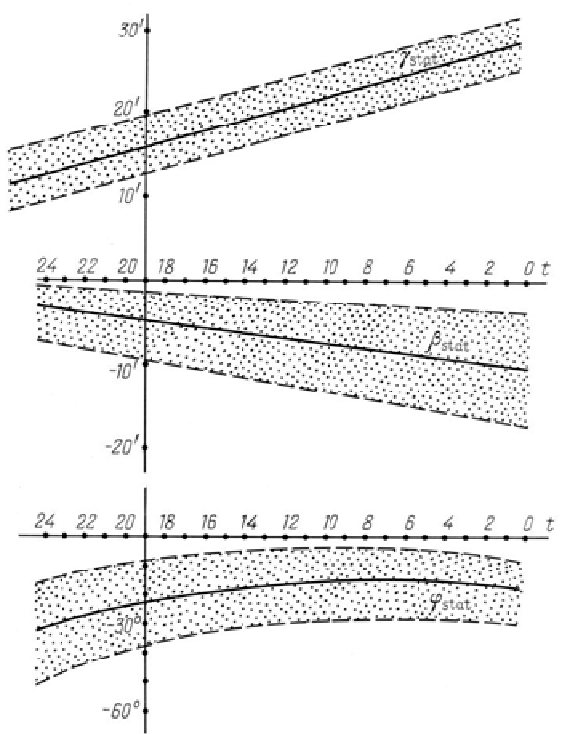


Figura 6.8. Il comportamento degli errori sistematici  $\gamma_{stat}(t)$ ,  $\varphi_{stat}(t)$  e  $\beta_{stat}(t)$  per la regione celeste Zoda dell'Almagesto.

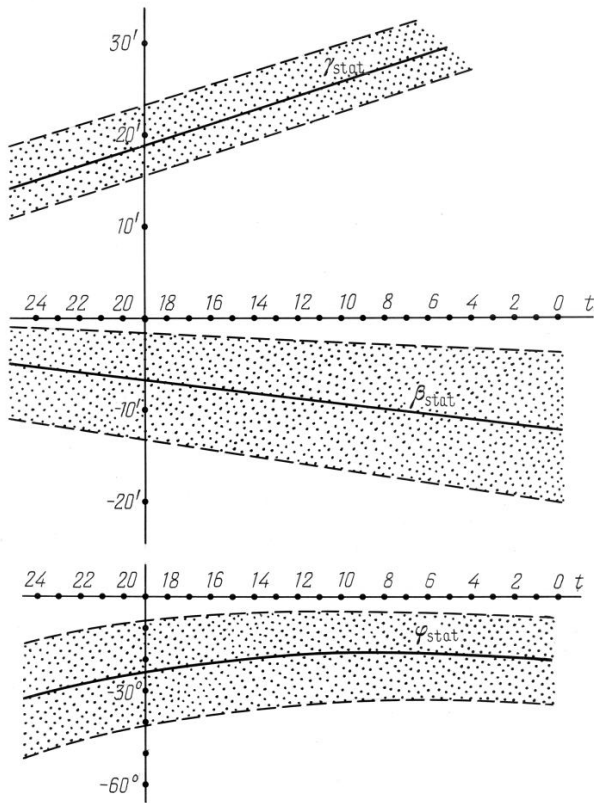


Figura 6.9. Il comportamento degli errori sistematici  $\gamma_{stat}(t)$ ,  $\varphi_{stat}(t)$  e  $\beta_{stat}(t)$  per la regione celeste *ZodaB* dell'*Almagesto*.

TABELLA 6.4. I valori di  $a(11)$ ,  $a(12)$  e  $a(22)$  calcolati per l'*Almagesto*, ipotizzando che la data della sua compilazione sia vicina al 100 d.C. ( $t = 18$ ).

Parametri		Regioni celesti atlante <i>Almagesto</i>	
		<i>Zoda</i>	<i>A</i>
$a_{11}$		1.11	0.82
$a_{12}$		0.042	-0.03
$a_{22}$		0.073	0.13
$\sigma_{min}$		12.8'	16.5'
$\Delta\sigma$	$\varepsilon = 0.1$	1.3'	1.2'
	$\varepsilon = 0.05$	1.8'	1.7'
	$\varepsilon = 0.01$	3.0'	1.8'
	$\varepsilon = 0.005$	3.5'	3.3'
$\sigma_{max}$	$\varepsilon = 0.1$	14.1'	17.7'
	$\varepsilon = 0.05$	14.6'	18.2'
	$\varepsilon = 0.01$	15.8'	19.3'
	$\varepsilon = 0.005$	16.3'	19.8'

Gli intervalli di confidenza  $I_\gamma(\varepsilon)$  e  $I_\varphi(\varepsilon)$  per le regioni celesti *Zoda* e *A* si sono rivelate di dimensioni simili, vedere la TABELLA 6.3, sebbene la precisione delle misurazioni sia maggiore nell'area *Zoda*. Ciò è spiegato dalla quantità eterogenea di stelle in queste parti. Meno sono le stelle, maggiore è la dimensione dell'intervallo di confidenza; quest'ultimo viene ridotto da una maggiore precisione nella misurazione.

I dati della TABELLA 6.2 confermano la precisione di 10' dichiarata da Tolomeo almeno per quanto riguarda le latitudini stellari.

I prossimi gruppi di stelle misurati meglio nell'*Almagesto* sono concentrati nelle aree *B* e *ZodaB*. Le loro caratteristiche di precisione sono piuttosto vicine tra loro. L'errore medio quadratico residuale è approssimativamente uguale a 19'. Le stelle con una discrepanza longitudinale sotto i 10' costituiscono il 44% di questi gruppi. A prima vista, le posizioni del polo dell'eclittica calcolate per queste parti del cielo dell'*Almagesto* sembrano essere vicine alle posizioni dei poli delle aree *A* e *Zoda*; tuttavia, vanno a finire nei rispettivi intervalli di confidenza solo con dei valori sufficientemente piccoli di  $\varepsilon \approx 0,01$ , il che significa che gli errori sistematici delle aree celesti *B* e *ZodaB* possono differire da quelli di *A* e *Zoda*. Inoltre, le stelle nelle aree *A* e *Zoda* sono state misurate sostanzialmente con maggiore precisione rispetto a quelle nelle aree *B* e *ZodaB*. Di seguito riportiamo ulteriori prove a testimonianza di quanto detto.

Le stelle nelle aree *C*, *D* e *M* sono state misurate peggio di quelle nelle aree *A* e *B*. Inoltre, i valori delle stime di  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$  finiscono negli intervalli di confidenza delle aree *A*, *Zoda*, *B* e *ZodaB* solo quando i valori di  $\varepsilon$  sono davvero molto piccoli, il che significa che dobbiamo consentire l'esistenza di errori sistematici nelle aree *C*, *D* e *M* che differiscono dagli errori sistematici pertinenti alle regioni celesti *A*, *Zoda*, *B* e *ZodaB*.

L'analisi delle TABELLE 6.2 e 6.3 ci ha già fatto riflettere sui valori dell'errore medio quadratico che si dovrebbero considerare grandi e piccoli. Facciamo riferimento all'analisi della sensibilità descritta nel Capitolo 5. Lo schema della soluzione può essere visto nella **Figura 6.10**.

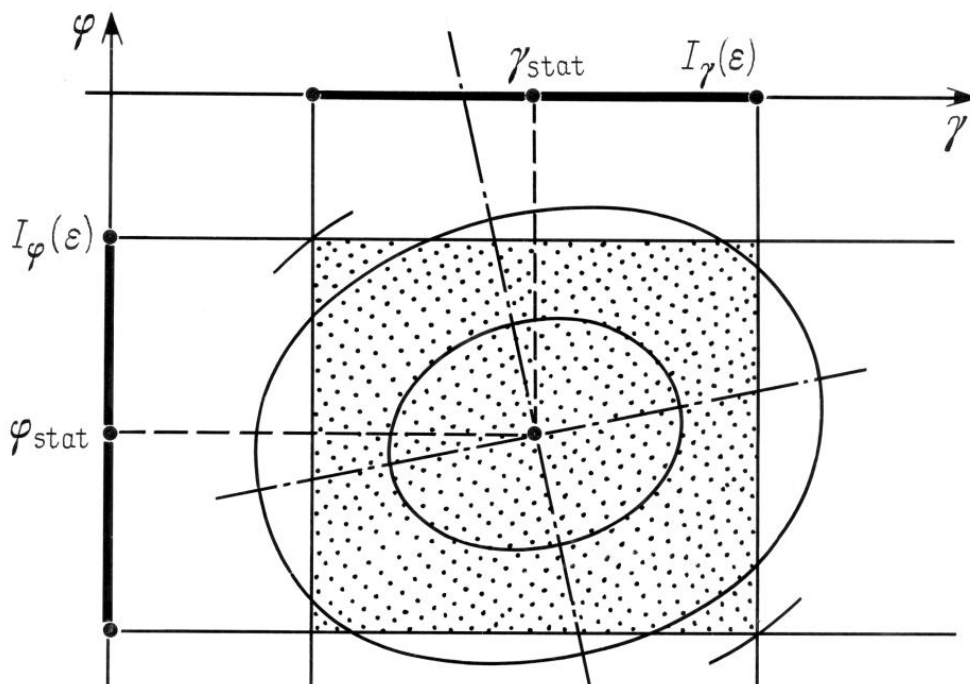


Figura 6.10. La stima delle variazioni ammissibili nei valori della discrepanza latitudinale media quadratica.

Disegniamo le curve ellissoidali del livello della funzione  $\sigma^2(\gamma, \varphi, t)$  sul piano delle coordinate  $(\gamma, \varphi)$  secondo la formula 5.3.9. Sullo stesso piano disegniamo il rettangolo  $R(\varepsilon)$ , con le proiezioni delle coordinate  $I_\gamma(\varepsilon)$  e  $I_\varphi(\varepsilon)$ . Si tratta del rettangolo ombreggiato nella **Figura 6.10**. In questo caso, la probabilità che il valore effettivo dell'errore sistematico  $(\gamma, \varphi)$  si trovi all'interno di questo rettangolo, è di  $1 - 2\varepsilon$  o persino superiore. Troviamo  $\sigma_{max}^2(\varepsilon) = \max \sigma^2(\gamma, \varphi, t)$ , dove viene preso il valore massimo per ciascuna delle coppie  $(\gamma, \varphi) \in R(\varepsilon)$ . Il valore risultante di  $\sigma_{max}(\varepsilon)$  definisce la discrepanza media quadratica consentita con un livello di confidenza di  $1 - 2\varepsilon$ , sebbene la differenza di  $\sigma_{max}(\varepsilon) - \sigma_{min}$  definisca l'espansione consentita della discrepanza media quadratica dovuta alla mancanza di una sufficiente precisione nella stima dei parametri  $\gamma$  e  $\varphi$  tramite i valori di  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$ .

La TABELLA 6.4 contiene i valori di  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{22}$  per le aree celesti  $A$  e  $ZodA$  per il momento temporale di  $t = 18$ ; definiscono le curve di livello dell'errore medio quadratico. Queste curve di livello sono state calcolate con l'aiuto della formula 5.3, che prevede la misurazione di  $\gamma$  in gradi d'arco e  $\varphi$  in gradi. La tabella contiene anche i valori di  $\Delta\sigma = \sigma_{max}(\varepsilon) - \sigma_{min}$  calcolati per i valori "estremi"  $\varepsilon = 0,1$  e  $\varepsilon = 0,005$ . Va detto che i valori risultanti sembrano cambiare leggermente con il tempo. Queste cifre dimostrano l'ovvia divisione di precisione tra le aree  $A$  e  $ZodA$  da una parte, e  $B$  e  $ZodB$  dall'altra. Anzi, anche con il livello di confidenza di  $1 - 2\varepsilon = 0,99$ , il valore dell'errore medio quadratico dell'area di confidenza costruita per la regione  $ZodA$ , rimane inferiore al valore minimo dell'errore per le regioni celesti  $B$  e  $ZodB$ .

Un'affermazione simile deve essere valida anche per la regione celeste  $A$ . Sebbene il valore  $\sigma_{max}^A$  della regione  $A$  sia maggiore di  $\sigma_{max}^B$ , questo vale solo per  $\varepsilon \leq 0,01$ . Gli altri valori creano dei livelli di errore nelle regioni celesti  $A$  e  $B$  sostanzialmente diversi o separati da un criterio statistico. Si deve aggiungere che le stelle nel gruppo  $ZodA$  sono altrettanto diverse dalle loro controparti del gruppo, poiché per tutti i valori considerati di  $\varepsilon$ , il valore di  $\sigma_{max}$  trovato in  $ZodA$  è inferiore al valore di  $\sigma_{min}$  calcolato per la regione  $A$ .

Inoltre, la TABELLA 6.3 dimostra che il parametro  $\varphi_{stat}$  non può essere calcolato con sufficiente precisione, specialmente per le regioni di “scarsa qualità”  $C$ ,  $D$  e  $M$ . Ciò viene confermato dalle dimensioni degli intervalli di confidenza  $I_\varphi(\varepsilon)$ . Ad esempio, l'intero raggio di questo intervallo supera i 180 gradi nel caso dell'area  $C$ .

### 3. La nostra analisi delle singole costellazioni dell'Almagesto.

#### 3.1. Il compilatore dell'Almagesto potrebbe avere commesso un errore diverso nel caso di ogni gruppo minore di costellazioni.

Sono necessarie ulteriori analisi a causa del seguente problema. I parametri  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$  che definiscono l'errore sistematico, sono stati trovati in alcuni grandi gruppi di stelle. Corrispondono allo spostamento dell'eclittica che minimizza la discrepanza media quadratica per le stelle contenute in questo gruppo. Tuttavia, non si deve escludere a priori la possibilità che il compilatore abbia fatto un gruppo diverso di errori nel caso di ogni piccolo gruppo stellare, tipo una singola costellazione. In questo caso, i parametri  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$  non sono delle medie significative dell'effettivo errore di gruppo e per questo motivo ci saranno di scarsa utilità.

Dobbiamo far notare che le dimensioni degli intervalli di confidenza per i valori di  $\varphi_{stat}$  trovati nel paragrafo 2 sono piuttosto sostanziali. Questo può essere spiegato dalla bassa sensibilità delle discrepanze latitudinali nella rotazione dell'angolo  $\varphi$  e dalla natura “non sistematica” dell'errore  $\varphi_{stat}$ . In altre parole, è possibile che i parametri  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$  abbiano una natura diversa, vale a dire che  $\gamma_{stat}$  è il risultato dell'errore di un osservatore che influenza tutte le stelle (un errore nella stima della posizione dell'eclittica), mentre  $\varphi_{stat}$  è il valore medio di numerosi singoli errori. Tale differenza nel comportamento dei parametri è facile da spiegare, se si considera lo strumento astronomico principale dell'epoca dell'Almagesto, per esempio la sfera armillare (vedi Capitolo 1). L'angolo tra il piano dell'eclittica e quello equatoriale è stato fissato una volta e per sempre proprio al momento della costruzione di questo strumento. Se in esso c'era un difetto, questo influenzerà le coordinate di ciascuna stella misurata con l'aiuto di questa sfera armillare. L'errore nel valore stimato dell'angolo  $\varphi$  è di natura completamente diversa. È singolo per ogni stella e cambia quando l'osservatore misura le coordinate di più stelle consecutive.

Bisogna quindi trovare la caratteristica degli errori di gruppo per le singole costellazioni dell'Almagesto e confrontarla con l'errore sistematico di *ZodA*, il gruppo di stelle dell'Almagesto misurato meglio.

#### 3.2. Il calcolo degli errori sistematici per i singoli gruppi di costellazioni dell'Almagesto.

Il presente paragrafo analizza un totale di 21 piccoli gruppi di stelle dell'Almagesto. L'elenco è disponibile nella TABELLA 6.5, la cui struttura è completamente identica a quella della TABELLA 6.1. La nostra unica indicazione aggiuntiva riguarda il principio di selezione limitata delle configurazioni stellari. Tutte quelle menzionate in precedenza sono le costellazioni zodiacali prese dall'Almagesto, come pure le aree circostanti formate dalle stelle con nome ad eccezione di Canopo, Previendemiatrix e Procione, a causa della scarsità di stelle nel loro ambiente.

La posizione degli errori di gruppo per le singole costellazioni dell'Almagesto è associata ai seguenti problemi. Consideriamo un certo gruppo stellare  $G$  e troviamo i valori corrispondenti di  $\gamma_{stat}^G$  e  $\varphi_{stat}^G$  applicando il metodo dei minimi quadrati. Questo definirà anche la possibile minima discrepanza media quadratica residuale di  $\sigma_{min}^G$ , nonché la quota di stelle la cui discrepanza

latitudinale residuale sia inferiore a 10'. Questa definirà anche il valore  $P_{min}^G$  in relazione al momento temporale  $t = 18$ . Tuttavia, a causa delle dimensioni ridotte di alcuni gruppi di stelle, la discrepanza statistica delle stime  $\gamma_{stat}^G$  e  $\varphi_{stat}^G$  è troppo grande per servire da base per dei corollari giustificati.

*TABELLA 6.5. Il complesso stellare dei 21 gruppi di stelle dell'Almagesto; per ciascuno di questi gruppi sono stati calcolati i valori degli errori sistematici. Questi gruppi includono tutte le costellazioni zodiacali dell'Almagesto, così come i dintorni delle 12 stelle con nome, ad eccezione di Canopo e Preindematrix. La tabella contiene la numerazione di Bailey, ovvero i numeri delle stelle come indicati nel catalogo dell'Almagesto.*

Gruppo stellare dell'Almagesto	Numero stellare di Bailey per gruppo	Numero di stelle in un gruppo
<b>1. COSTELLAZIONI ZODIACALI</b>		
Ariete	362-371, 373, 374,	12
Toro	380-388, 390, 391, 393-410	29
Gemelli	424-440	17
Cancro	449-454	6
Leone	462-481, 483-488	26
Vergine	497-516, 518-520	23
Bilancia	529-534	6
Scorpione	546-565	20
Sagittario	570-573, 575-583, 585, 586, 590, 591, 593, 594, 596-598	22
Capricorno	601-608, 610-627	26
Acquario	629-650, 652-656, 658-660, 662-668	37
Pesci	674-695, 697, 699-701, 704-706	29
<b>2. DINTORNI E STELLE DELL'ALMAGESTO CON NOME</b>		
Antares	546-569	24
Aselli	449-454, 456-461	12
Capella	220-233	14
Aquila	286-300	15
Vega = Lira	149-158	10
Arturo	88-96, 98, 100-110	21
Sirio	812, 818-835, 837-846	29
Spiga	497-503, 505-515, 518-526	27
Regolo	462-481, 483-488, 491-493	29

Tuttavia, il valore di  $\sigma_{min}^G$  definisce il limite più basso dei possibili errori medi quadratici per il gruppo  $G$ . Questo valore minimo dei possibili errori risulta ruotando il sistema delle coordinate per mezzo degli angoli  $\gamma_{stat}^G$  e  $\varphi_{stat}^G$ . Ovviamente, i valori di  $\gamma_{stat}^G$  e  $\varphi_{stat}^G$  possono differire notevolmente da quelli di  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$  che sono stati calcolati per il numero maggiore delle stelle incluse nel gruppo  $G$ .

Il criterio di identità dell'errore di gruppo per il gruppo  $G$  e l'errore sistematico calcolato per un numero elevato di stelle, potrebbero essere espressi con l'equazione approssimativa  $\sigma_{min}^G \approx \sigma_1^G$ , dove  $\sigma_1^G$  è la discrepanza media quadratica residuale per il gruppo  $G$ , dopo che il sistema delle coordinate è ruotato per gli angoli  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$ . Infatti, la menzionata equazione approssimativa sta a

significare che  $\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat}$  sono dei valori “quasi” ottimali. Per poter supportare questo criterio, definiamo i valori ausiliari di  $P_{min}^G$  e  $P_1^G$  che rappresentano la quota di stelle del gruppo  $G$  la cui discrepanza latitudinale non supera i 10' dopo le rispettive rotazioni di  $(\gamma_{stat}^G$  e  $\varphi_{stat}^G)$  e  $(\gamma_{stat}$  e  $\varphi_{stat})$ . Dobbiamo anche tener conto del caso di  $P_{min}^G \approx P_1^G$  e possiamo concludere che il gruppo  $G$  possiede di fatto lo stesso valore dell'errore sistematico delle stelle di un gruppo più numeroso. Dobbiamo far notare che l'ultima proporzione approssimativa non è implicita alla prima, ma capita che dimostra la nostra affermazione in modo indipendente. Qualora volessimo ignorare il moto proprio delle stelle, dovremmo anche sottolineare che entrambe le proporzioni sono temporalmente indipendenti. Pertanto, la loro verifica pratica può essere condotta per un solo momento nel tempo, vale a dire per uno qualsiasi di questi momenti.

TABELLA 6.6. I risultati dei calcoli per i 21 gruppi di stelle dell'Almagesto. Qui,  $\sigma_{init}^G$ ,  $\sigma_{min}^G$  e  $\sigma_1^G$  corrispondono alla discrepanza latitudinale media quadratica nel gruppo  $G$ , quella iniziale e quella residuale, come anche quella che scaturisce dalla compensazione dell'errore sistematico in  $G$  come stimato per Zoda. Riportiamo anche i valori percentuali stellari di  $P_{init}^G$ ,  $P_{min}^G$  e  $P_1^G$  con una discrepanza latitudinale minima di 10'.

Gruppo stellare	Indicazioni di $G$	$\sigma_{init}^G$	$\sigma_{min}^G$	$\sigma_1^G$	$P_{init}^G$	$P_{min}^G$	$P_1^G$
<b>1. COSTELLAZIONI ZODIACALI</b>							
Ariete	Z1	19.7	17.2	18.9	45.5	45.5	72.7
Toro	Z2	23.2	18.1	20.6	27.6	41.4	41.4
Gemelli	Z3	17.8	10.5	11.0	29.4	82.4	58.8
Cancro	Z4	13.8	4.3	5.2	33.3	100.0	100.0
Leone	Z5	20.2	11.1	11.2	19.2	65.4	65.4
Vergine	Z6	18.4	13.6	14.4	39.1	56.5	47.8
Bilancia	Z7	8.4	6.1	9.3	83.3	83.3	83.3
Scorpione	Z8	18.8	13.7	15.1	30.0	65.0	55.0
Sagittario	Z9	16.4	14.3	15.8	30.4	60.9	60.9
Capricorno	Z10	16.2	10.6	11.3	42.3	65.4	57.7
Acquario	Z11	28.6	17.3	19.2	18.4	44.7	44.7
Pesci	Z12	22.5	21.5	21.7	51.7	41.4	34.5
<b>2. DINTORNI E STELLE DELL'ALMAGESTO CON NOME</b>							
Antares	S1	17.7	12.6	13.8	33.3	70.8	58.3
Aselli	S2	15.7	11.0	12.1	33.3	58.3	66.7
Capella	S3	34.6	30.3	34.0	35.7	14.3	64.3
Aquila	S4	24.0	23.7	26.7	40.0	33.3	13.3
Vega = Lira	S5	20.0	14.1	17.1	50.0	60.0	30.0
Arturo	S6	24.2	17.2	20.0	19.0	38.1	28.5
Sirio	S7	15.2	11.9	25.9	47.4	52.6	15.8
Spiga	S8	17.9	14.1	14.5	44.4	48.1	48.1
Regolo	S9	25.2	21.0	21.1	17.2	58.6	58.6

Abbiamo calcolato i valori di  $\sigma_1^G$  e  $P_1^G$  per i diversi gruppi  $G$  dell'Almagesto e il momento temporale  $t = 18$ . Ribadiamo che questi valori sono uguali alla rispettiva discrepanza latitudinale media quadratica e alla quota di stelle il cui valore di discrepanza latitudinale non supera i 10', dato che il polo dell'eclittica coincide con il polo definito per il gruppo di stelle misurato più accuratamente

nell'area *ZodA*. In altre parole, la condizione è che gli errori di gruppo devono essere pari ai valori di  $\gamma_{stat}^{ZodA}$  e  $\varphi_{stat}^{ZodA}$ .

La discrepanza latitudinale media quadratica e la percentuale delle stelle il cui valore di discrepanza latitudinale non supera i 10' (nel gruppo *G* senza la compensazione dell'errore sistematico), sono stati trascritti rispettivamente per  $t = 18$  con  $\sigma_{init}^G$  e  $P_{init}^G$ .

Se il valore di  $\sigma_1^G$  superasse solo leggermente il valore minimo possibile di  $\sigma_{min}^G$ , avremmo il diritto di supporre che il valore dell'errore di gruppo del gruppo stellare *G* sia uguale al valore dell'errore sistematico della regione celeste *ZodA*. La differenza tra i valori di  $P_1^G$  e  $P_{min}^G$  è tuttavia un altro criterio di prossimità per l'errore di gruppo e l'errore sistematico. Ricordiamo ai lettori che i valori  $\sigma_{min}^G$  e  $\sigma_1^G$  sono temporalmente indipendenti per le stelle immobili e solo marginalmente dipendenti dal tempo nel caso delle loro controparti mobili. Un'affermazione simile sarà vera per le stelle che finiscono nell'intervallo di 10' della discrepanza latitudinale.

La TABELLA 6.6 contiene i dati numerici che abbiamo calcolato. La sua rappresentazione visiva la potete trovare nelle **Figure 6.11** e **6.12**. La **Figura 6.11** contiene le informazioni sui valori di  $\sigma_{min}^G$  e  $\sigma_1^G$ , come anche  $P_{min}^G$  e  $P_1^G$ , per tutte le costellazioni zodiacali dell'*Almagesto* (indicate con Z1, ..., Z12). La **Figura 6.12** contiene i rispettivi risultati per i dintorni delle stelle con nome dell'*Almagesto*; sono stati contrassegnati con S1, ..., S9. Occorre dire che le aree circostanti le stelle zodiacali con nome nell'*Almagesto* non corrispondono pienamente alla rispettiva costellazione dello zodiaco. Queste aree sono costituite da quel gruppo di stelle della costellazione che ha ricevuto un nome nel sistema di Bayer. Queste stelle sono in genere le più luminose e quelle meglio identificabili dell'*Almagesto*, formando così una base solida per il corollario.

### 3.3. Gli errori di gruppo per le singole costellazioni della regione celeste dell'*Almagesto* misurata bene, sono praticamente identici all'errore sistematico scoperto come una caratteristica generale di questa zona.

L'implicazione chiave dei grafici riportati e della TABELLA 6.6 è che le costellazioni zodiacali della regione celeste *ZodA* (ovvero Gemelli, Cancro, Leone, Vergine, Bilancia e Scorpione) nell'*Almagesto* possiedono le seguenti qualità considerevoli. L'errore medio quadratico  $\sigma_1$  e la percentuale delle stelle con la discrepanza latitudinale massima di 10' calcolata in base all'assunto che l'errore di gruppo sia uguale a  $(\gamma_{stat}^{ZodA}, \varphi_{stat}^{ZodA})$  sono solo leggermente diversi dai valori di  $\sigma_{min}$  e  $P_{min}$  calcolati per la posizione ottimale del polo dell'eclittica nella costellazione presa in esame. La maggiore discrepanza tra i due valori è stata rilevata nella costellazione "più ordinata" della Bilancia, dove nessun valore di  $\sigma_{init}$ ,  $\sigma_{min}$  o  $\sigma_1$  supera i 10' e  $P_{init} = P_{min} = P_1 = 83,3\%$ . Questa è la percentuale di stelle il cui valore della discrepanza latitudinale è inferiore a 10'. L'equazione  $P_{init} = P_{min} = P_1$  è facile da spiegare: la costellazione in questione si trova praticamente sull'asse equinoziale, quindi non rimane affatto influenzata dalla rotazione.

Tuttavia, questo corollario può anche essere vero per le costellazioni della regione celeste *ZodB*, sebbene occorra tener conto di maggiori dettagli. Comunque sia, per il momento la veridicità o meno di questo corollario non ha alcuna importanza per noi, poiché la regione celeste *ZodB* dell'*Almagesto* non contiene stelle con nome.

Ciò nonostante, dobbiamo segnalare un singolo fatto curioso che è stato scoperto in relazione alla costellazione dell'Ariete. Anche se il valore di  $\sigma_1$  sia diventato più basso rispetto a  $\sigma_{init}$  dopo la compensazione dell'errore sistematico scoperto in precedenza (si deve anche notare che la differenza tra  $\sigma_{min}$  e  $\sigma_{init}$  è piuttosto piccola, in altre parole  $P_1 \gg P_{init} = P_{min}$ ), lo spostamento del polo dell'eclittica nella posizione calcolata per *ZodA* ha permesso di aumentare al 72.7 % la quota delle stelle dell'*Almagesto* misurate bene nella costellazione dell'Ariete.

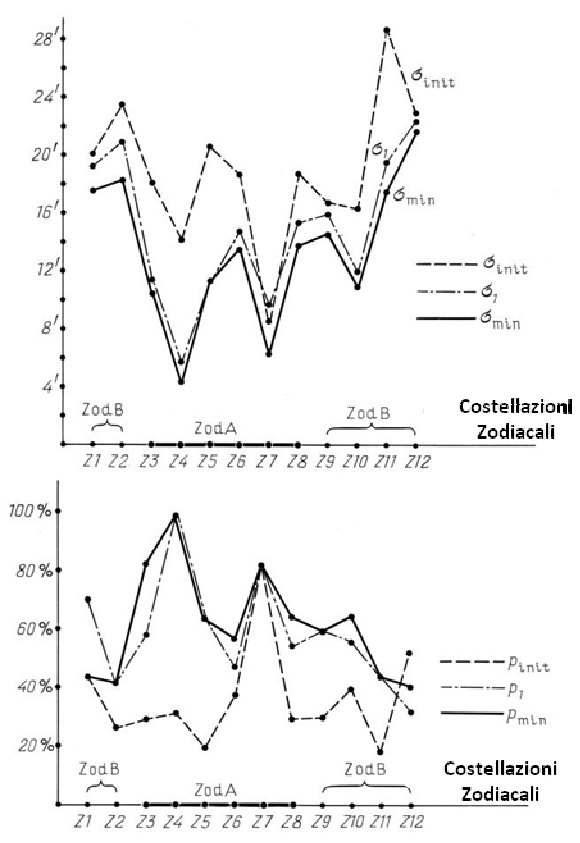


Figura 6.11. Le dipendenze di  $\sigma_{min}$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_{init}$ ,  $P_{min}$ ,  $P_1$ ,  $P_{init}$  per le costellazioni zodiacali.

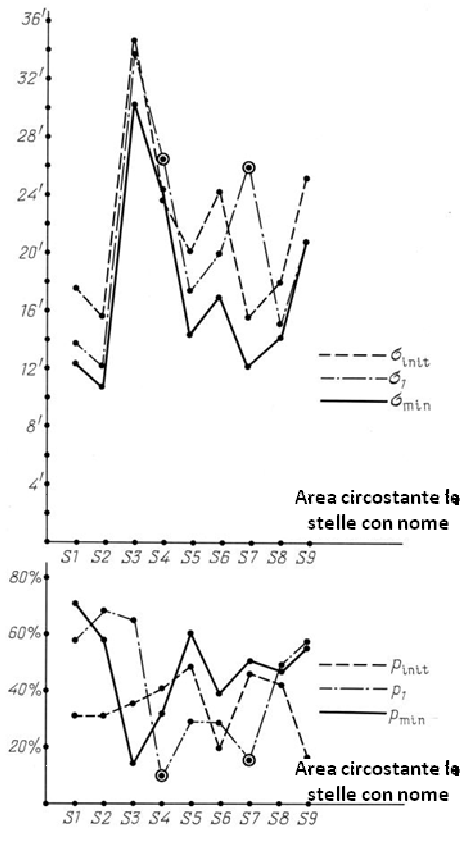


Figura 6.12. Le dipendenze di  $\sigma_{min}$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_{init}$ ,  $P_{min}$ ,  $P_1$ ,  $P_{init}$  per le aree circostanti le stelle con nome.

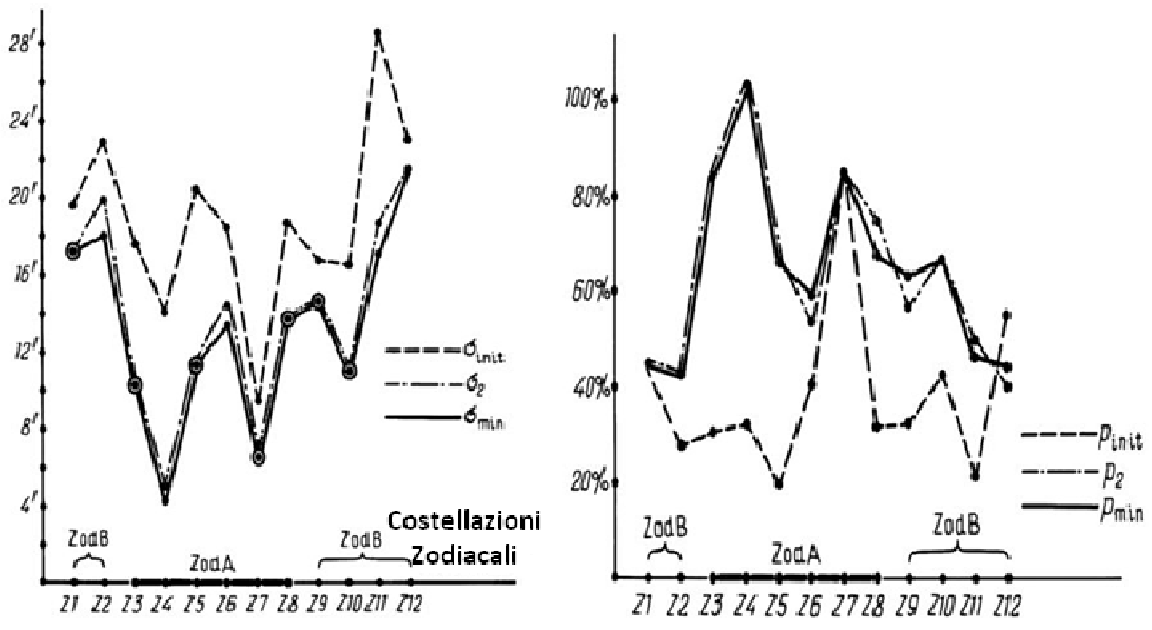


Figura 6.13. Le dipendenze di  $\sigma_{min}$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_{init}$ ,  $P_{min}$ ,  $P_2$ ,  $P_{init}$  per le costellazioni zodiacali.



La conclusione generale derivante dalla considerazione di tutte le costellazioni zodiacali è la seguente. Se la proporzione  $\sigma_{min} \ll \sigma_{init}$  fosse vera per il valore ottimale di  $\sigma_{min}$ , la congettura che l'errore di gruppo sia uguale all'errore sistematico per la regione celeste *ZodA* e la conseguente compensazione di questo errore ci porterebbero alla proporzione di  $\sigma_1 \ll \sigma_{init}$ ; le altre proporzioni valide includono  $P_1 \gg P_{init}$  e  $P_{min} \gg P_{init}$ . Questo è vero per le seguenti costellazioni dell'*Almagesto*: Gemelli, Cancro, Leone, Vergine, Scorpione, Capricorno e Acquario.

Se il valore di  $\sigma_{min}$  fosse vicino a  $\sigma_{init}$ , come regola  $\sigma_{min} \leq \sigma_1 \leq \sigma_{init}$ , l'effetto di posizionare il polo eclittico nella posizione che corrisponde all'area *ZodA* non riuscirebbe a manifestarsi. Questo è vero per la costellazione dell'Ariete (come abbiamo sottolineato, la percentuale delle stelle misurate bene è cresciuta drammaticamente nel caso dell'Ariete), come anche per il Toro, Bilancia, Sagittario e Pesci.

Al di fuori delle costellazioni indicate sopra, le ottime caratteristiche di precisione della Bilancia nell'area celeste *ZodA* rimangono praticamente invariate dopo lo spostamento del polo dell'eclittica dalla posizione ottimale alla posizione che corrisponde a *ZodA*. Dopo questa operazione le caratteristiche di precisione dell'Ariete diventano ancora migliori, mentre quelle di tutte le altre costellazioni rimangono nella media.

Un esempio tipico è il Toro, con  $\sigma_{init} = 23,2'$ ,  $\sigma_{min} = 18,1'$ ,  $\sigma_1 = 20,6'$ ,  $P_{init} = 27,6\%$  e  $P_{min} = P_1 = 41,4\%$ . La costellazione dei Pesci differisce da tutte le altre costellazioni dell'*Almagesto*, con  $P_{min} < P_{init}$  e  $P_1 < P_{init}$ , dato che  $\sigma_{init} \approx \sigma_{min} \approx \sigma_1$ .

### 3.4. In che modo la compensazione dell'errore sistematico che abbiamo scoperto influenza le caratteristiche di precisione delle aree circostanti le stelle con nome.

La situazione delle aree circostanti le stelle con nome dell'*Almagesto* è più varia. Prima di tutto, parliamo delle aree circostanti dell'Aquila e di Sirio. In entrambi i casi, la compensazione dell'errore sistematico scoperto, una caratteristica della regione celeste *ZodA*, porta a quanto segue. Innanzitutto, osserviamo una crescita della discrepanza latitudinale media quadratica, che è piuttosto sostanziale nel caso di Sirio, da 15,2' a 25,9'. In secondo luogo, la percentuale delle stelle misurate bene si riduce (dal 40% al 13,3% per l'Aquila e dal 47,4% al 15,8% per Sirio). La conclusione ovvia da fare è che l'errore di gruppo effettuato dal compilatore durante le misurazioni dei circondari dell'Aquila e di Sirio è sostanzialmente diverso dall'errore sistematico della regione celeste *ZodA*. Sfortunatamente, è impossibile calcolare questi errori in modo veritiero. Pertanto, Sirio e l'Aquila sono state escluse da ulteriori considerazioni.

Le aree circostanti le altre stelle con nome hanno sostanzialmente le stesse proprietà delle costellazioni zodiacali, vale a dire che le stelle nei dintorni di Antares, Aselli, Arturo, Spiga e Regolo riducono notevolmente l'errore medio quadratico, facendolo avvicinare ai valori minimi possibili dopo la compensazione dell'errore di gruppo, che per la regione *ZodA* equivale all'errore sistematico. La percentuale delle stelle il cui valore di discrepanza latitudinale è inferiore a 10' ( $P_1$ ) crescerà in modo drammatico rispetto al valore iniziale di  $P_{init}$ . Le aree circostanti Capella hanno la stessa proprietà della costellazione dell'Ariete, vale a dire che la discrepanza latitudinale media quadratica di quest'area non cambia di molto dopo lo spostamento del polo dell'eclittica dalla posizione iniziale a quella ottimale e quindi anche nella posizione calcolata per la regione celeste *ZodA*. Tuttavia, in quest'ultima posizione la quota delle stelle che rientrano nel valore di discrepanza latitudinale di 10', è aumentato drasticamente nelle vicinanze di Capella, raggiungendo il 64,3%. Per fare un confronto, vi facciamo notare che nella posizione iniziale questa quota era pari al 35,7% e solo al 14,3% nella posizione ottimale dettata dalla discrepanza latitudinale media

quadratica. Al contrario, le stelle confinanti con Vega hanno dimostrato una sostanziale riduzione della discrepanza latitudinale media quadratica. Tuttavia, quando abbiamo spostato il polo dell'eclittica nella posizione caratteristica per la regione celeste  $ZodA$ , si è ridotto il numero di stelle con un valore di discrepanza latitudinale di  $10'$  e anche meno. Pertanto, la natura degli errori di gruppo nelle vicinanze di Vega e Capella rimane poco chiara. Non c'è da stupirsi, è opportuno tenere a mente che queste stelle sono abbastanza distanti dalla regione celeste  $ZodA$ .

### 3.5. La scoperta dell'unico errore sistematico realizzato dal compilatore dell'*Almagesto* per la regione $ZodA$ e la maggior parte delle stelle con nome.

Anche se abbiamo scoperto una certa vicinanza tra le caratteristiche di  $\sigma_1$  e  $P_1$ , rispettivamente per  $\sigma_{min}$  e  $P_{min}$  (che testimonia la natura sistematica di  $\gamma_{stat}$ ), rimane aperta la questione se l'errore di  $\varphi_{stat}$  possa essere sistematico. La risolviamo nel modo seguente. Prendiamo in considerazione alcune costellazioni singole dell'*Almagesto*. Non andremo oltre le costellazioni zodiacali, ad ogni modo le sei stelle con nome che appartengono allo Zodiaco. Calcoliamo le caratteristiche di  $\sigma_2$  e  $P_2$  per queste costellazioni, che può essere fatto come segue. La prima caratteristica è la discrepanza media quadratica residuale, mentre la seconda è la quota di stelle in una costellazione la cui discrepanza latitudinale non superi i  $10'$ . Entrambe le caratteristiche derivano dall'errore statistico  $\gamma_{stat}^{ZodA}$  calcolato per la regione  $ZodA$  e da  $\varphi^{(2)}$  calcolato come prerequisite necessario per la minimizzazione dell'errore  $\sigma^2$ . In altre parole, questo è ciò a cui siamo giunti con la costellazione  $G$ :

$$\sigma_2^G = \sigma_2^G(t) = \min_{\varphi} \sigma^G(t) = \min_{\varphi} \sigma^G(\gamma_{stat}^{ZodA}, \varphi, t),$$

$$\varphi^{(2)} = \arg \min_{\varphi} \sigma^G(\gamma_{stat}^{ZodA}, \varphi, t).$$

Compiliamo la TABELLA 6.7, che è simile alla TABELLA 6.6. Inoltre, alcuni dati si ripetono per una migliore dimostrabilità. Nella TABELLA 6.7 i valori di  $\sigma_1$  e  $P_1$  sono sostituiti da quelli di  $\sigma_2$  e  $P_2$ . Disegniamo questi dati nella **Figura 6.13**, che è simile alla **Figura 6.11**. Sia la tabella che il grafico rendono evidente che la compensazione dell'errore sistematico  $\gamma_{stat}^{ZodA}$  nelle costellazioni zodiacali dell'area celeste  $ZodA$  e la variazione del valore  $\varphi$  possono darci i valori minimi possibili di  $\sigma_2$ , che sono molto vicini o addirittura uguali a  $\sigma_{min}$ . Allo stesso modo, il valore di  $P_2$  sarà vicino o uguale a  $P_{min}$ . Abbastanza sorprendentemente, lo stesso vale per le costellazioni della regione celeste  $ZodB$ .

Tutto quanto sopra dimostra oltre ogni dubbio che il valore di  $\gamma_{stat}^{ZodA}$  che abbiamo scoperto è di fatto l'errore sistematico commesso dal compilatore del catalogo dell'*Almagesto* mentre misurava le stelle della regione celeste  $ZodA$ , così come le stelle con nome ad eccezione di Sirio, Aquila e Canopo. Il valore di  $\varphi_{stat}^{ZodA}$  può essere il risultato medio di molti singoli errori di misurazione e non vi è motivo di considerarlo un errore sistematico. Inoltre, il valore di  $\varphi_{stat}$  è stato calcolato piuttosto approssimativamente, il che lo rende piuttosto scarso di informazioni.

TABELLA 6.7. I risultati dei calcoli per i 21 gruppi di stelle dell'*Almagesto*. Qui,  $\sigma_{init}^G$ ,  $\sigma_{min}^G$  e  $\sigma_2^G$  corrispondono alla discrepanza latitudinale media quadratica nel gruppo  $G$ , quella iniziale e quella residuale, come anche quella che scaturisce dalla compensazione dell'errore sistematico in  $G$  come stimato per *ZodA* con la scelta ottimale del parametro  $\varphi$ . Riportiamo anche i valori percentuali stellari di  $P_{init}^G$ ,  $P_{min}^G$  e  $P_2^G$  con una discrepanza latitudinale minima di 10'.

Gruppo stellare	Indicazioni di $G$	$\sigma_{init}^G$	$\sigma_{min}^G$	$\sigma_2^G$	$P_{init}^G$	$P_{min}^G$	$P_2^G$
<b>1. COSTELLAZIONI ZODIACALI</b>							
Ariete	Z1	19.7	17.2	17.2	45.5	45.5	45.7
Toro	Z2	23.2	18.1	20.2	27.6	41.4	41.4
Gemelli	Z3	17.8	10.5	10.6	29.4	82.4	82.4
Cancro	Z4	13.8	4.3	4.5	33.3	100.0	100.0
Leone	Z5	20.2	11.1	11.1	19.2	65.4	65.4
Vergine	Z6	18.4	13.6	14.4	39.1	56.5	52.2
Bilancia	Z7	8.4	6.1	6.1	83.3	83.3	83.3
Scorpione	Z8	18.8	13.7	13.7	30.0	65.0	70.0
Sagittario	Z9	16.4	14.3	14.4	30.4	60.9	56.5
Capricorno	Z10	16.2	10.6	10.6	42.3	65.4	65.4
Acquario	Z11	28.6	17.3	18.7	18.4	44.7	47.4
Pesci	Z12	22.5	21.5	21.7	51.7	41.4	37.9

## 4. Corollari.

**COROLLARIO 1.** È stato dimostrato statisticamente che i poli dell'eclittica delle stelle nelle regioni celesti  $A$  e *ZodA* sono molto vicini tra loro, il che rende uguale il valore dell'errore sistematico commesso dal compilatore dell'*Almagesto* in queste parti del cielo.

**COROLLARIO 2.** L'analisi statistica che abbiamo condotto non dà motivo di credere che i valori dell'errore sistematico nel catalogo dell'*Almagesto* per le regioni celesti  $C$ ,  $D$ ,  $M$ ,  $B$  e *ZodB*, abbiano qualcosa in comune con i valori caratteristici delle aree  $A$  e *ZodA*. Gli errori sistematici delle aree  $C$ ,  $D$  e  $M$  molto probabilmente differiscono dalle loro controparti nelle aree  $A$  e *ZodA*. Non possiamo dire nulla di concreto sugli errori che caratterizzano le regioni celesti  $B$  e *ZodB*, poiché il materiale numerico che abbiamo a nostra disposizione non ci consente di arrivare a una conclusione statistica inequivocabile.

**COROLLARIO 3.** La precisione nelle misurazioni delle coordinate stellari sono molto più alte per  $A$  e *ZodA* che per qualsiasi altra regione celeste.

**COROLLARIO 4.** Nell'*Almagesto*, la discrepanza latitudinale media quadratica residuale per la regione celeste *ZodA* è uguale 12.8'. Circa i 2/3 di tutte le stelle di questa parte del cielo hanno una discrepanza latitudinale inferiore a 10', per cui si adattano al margine di precisione dichiarato di 10' per il catalogo dell'*Almagesto*. I valori corrispondenti per la regione celeste  $A$  equivalgono a 16,5' e 1/2.

**COROLLARIO 5.** Uno studio delle costellazioni zodiacali e delle aree circostanti le stelle con nome dell'*Almagesto* permette di concludere che il parametro  $\gamma$ , che indica l'errore nell'angolo dell'eclittica, è un errore sistematico. Per quanto riguarda il parametro  $\varphi$ , potrebbe anche essere il valore al quadrato degli errori di gruppo o individuali.

**COROLLARIO 6.** L'errore di gruppo  $\gamma$  per le costellazioni dei Gemelli, Cancro, Leone, Vergine, Bilancia, Scorpione, Sagittario e Capricorno, nonché le aree circostanti Antares, Aselli, Arturo, Spiga e Regolo, è vicino all'errore sistematico  $\gamma_{stat}^{ZodA}$ , che è caratteristico di *ZodA*, la parte del cielo misurata meglio nell'*Almagesto*, e potrebbe persino coincidere con esso.

**COROLLARIO 7.** Non si può dire nulla di definitivo sui valori degli errori di gruppo fatti dal compilatore dell'*Almagesto* nel caso dell'Ariete e del Toro. Possono sia coincidere con gli errori scoperti per *ZodA* o essere diversi dai loro valori. Non può essere calcolato nemmeno l'errore nelle zone circostanti le stelle Capella e Vega.

**COROLLARIO 8.** Gli errori di gruppo nelle aree circostanti Sirio e l'Aquila differiscono dall'errore caratteristico per la regione celeste *ZodA*. Tuttavia, non siamo riusciti a calcolare i valori di questi errori. L'errore di gruppo fatto per la costellazione dei Pesci è molto probabile che sia diverso da  $\gamma_{stat}^{ZodA}$ .